

Faites attention à bien mettre votre machine en mode degré.

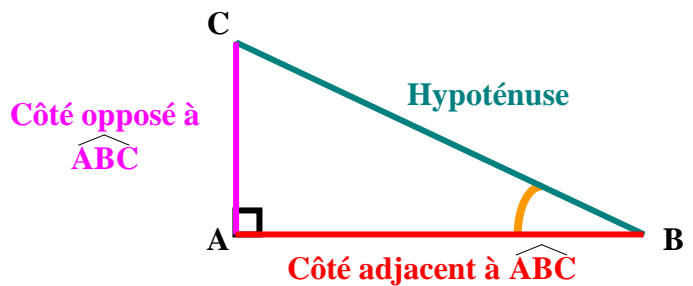
## I Cosinus, Sinus et Tangente d'un angle aigu

Dans un triangle ABC rectangle en A, on définit le sinus, le cosinus et la tangente de l'angle aigu  $\widehat{ABC}$  de la manière suivante :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{coté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{coté adjacent à } \widehat{ABC}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{coté opposé à } \widehat{ABC}}{\text{coté adjacent à } \widehat{ABC}} = \frac{AC}{AB}$$



Remarques :

- On peut prouver l'existence du sinus et de la tangente de la même façon qu'en quatrième. On avait alors utilisé le théorème de Thalès pour montrer l'existence du cosinus.
- On a aussi avec l'angle  $\widehat{ACB}$  :  $\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$  ;  $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$  ;  $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$
- Il n'est pas toujours facile de retenir les trois formules ci-dessus, il est donc astucieux de trouver des moyens mnémotechniques pour les retenir. En voilà un :  
**CASH** : Cosinus = Adjacent Sur Hypoténuse  
 A vous d'en trouver d'autres ...

Le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle n'ont pas d'unité.

**Le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont strictement plus grands que 0 et strictement plus petits que 1.**

Lorsque l'on connaît le sinus d'un angle on peut trouver la mesure de cet angle en utilisant la touche [sin-1] ou [Asn] de votre machine.

Exemple : si  $\sin \widehat{ABC} = 0,8$  et  $\widehat{ABC}$  est un angle aigu alors  $\widehat{ABC} = 53,13$  degrés à 0,01 près.

Lorsque l'on connaît le cosinus d'un angle on peut trouver la mesure de cet angle en utilisant la touche [cos-1] ou [Acs] de votre machine.

Exemple : si  $\cos \widehat{ABC} = 0,5$  et  $\widehat{ABC}$  est un angle aigu alors  $\widehat{ABC} = 60$  degrés.

Lorsque l'on connaît la tangente d'un angle on peut trouver la mesure de cet angle en utilisant la touche [tan-1] ou [Atn] de votre machine.

Exemple : si  $\tan \widehat{ABC} = 0,2$  et  $\widehat{ABC}$  est un angle aigu alors  $\widehat{ABC} = 11,30$  degrés à 0,01 près.

Conseil : refaites vous-même les calculs des exemples ci-dessus.

## II Relations trigonométriques

Pour toutes valeurs de  $x$  on a :  $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$  et  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Démonstration dans le cas où  $x$  est une valeur strictement comprise entre 0 et 90 degrés :

Prenons un triangle ABC rectangle en A tel que  $\widehat{ABC} = x$

On a alors :  $\cos x = \frac{AB}{BC}$ ,  $\sin x = \frac{AC}{BC}$  et  $\tan x = \frac{AC}{AB}$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2}$$

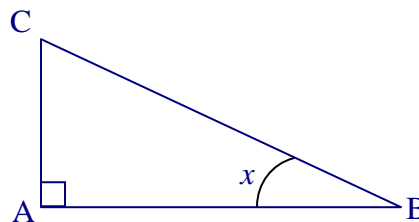
On sait que le triangle ABC est rectangle en A

D'après le théorème de Pythagore,

$$\text{On a } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\text{D'où } \cos^2 x + \sin^2 x = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{AC}{BC} \times \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AB} = \tan x$$

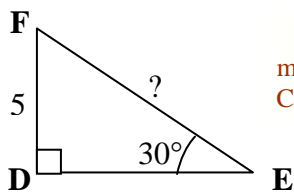


## III Exercices types commentés

### Enoncé 1 : détermination d'une distance

DEF est un triangle rectangle en D tel que  $\widehat{DEF} = 30^\circ$  et  $DF = 5$ .

Quelle est la mesure de EF ?



Il est fortement conseillé de faire une figure même si cela n'est pas demandé dans l'énoncé. Cela vous évitera bien des erreurs d'étourderie.

DEF est un triangle rectangle en D

Cette précision est indispensable car la formule que vous allez utiliser ne marche que dans des triangles rectangles.

$$\sin \widehat{DEF} = \frac{DE}{DF}$$

Ecrivez d'abord la formule en toutes lettres.

$$\sin 30 = \frac{DE}{5}$$

$$DE = 5 \times \sin 30$$

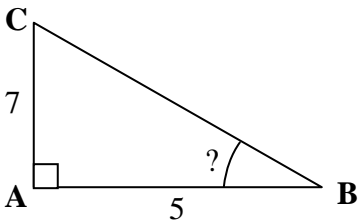
$$\boxed{DE = 2,5}$$

N'oubliez pas d'encadrer ou souligner le résultat.

### Enoncé 2 : détermination d'un angle

ABC est un triangle rectangle en A tel que  $AB = 5$  et  $AC = 7$ .

Déterminez la mesure de l'angle  $\widehat{ABC}$  à 0,01 près.



ABC est un triangle rectangle en A.

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{7}{5}$$

$$\text{d'où } \boxed{\widehat{ABC} = 50,19 \text{ degrés à } 0,01 \text{ près}}$$

On trouve la valeur de l'angle en utilisant la touche [Atn] ou [tan-1] de la calculatrice

### Enoncé 3 : utilisation des formules de trigonométrie

Soit  $x$  la mesure d'un angle aigu tel que  $\cos x = 0,4$

- 1) Calculer la valeur exacte de  $\sin x$
- 2) En déduire la valeur exacte de  $\tan x$

1) On a  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

D'où  $\sin^2 x + 0,4^2 = 1$

$$\sin^2 x + 0,16 = 1$$

$$\sin^2 x = 0,84$$

$$\sin x = -\sqrt{0,84} \text{ ou } \sin x = \sqrt{0,84}$$

Rappelez vous que si  $X^2 = a$  alors  $X = \sqrt{a}$  ou  $X = -\sqrt{a}$

or le sinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1 N'oubliez pas de rappeler la règle

donc  $\underline{\sin x = \sqrt{0,84}}$  Dans l'énoncé, on ne demande pas de valeur approchée, il faut donc donner la valeur exacte.

2) On a  $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$\tan x = \frac{\sqrt{0,84}}{0,4} \quad \text{On peut arrêter ici si on veut.}$$

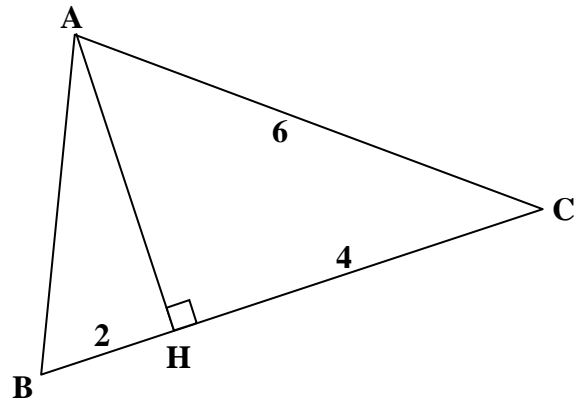
$$\tan x = \sqrt{\frac{84}{100}} \times \frac{1}{0,4}$$

$$\tan x = \frac{2\sqrt{21}}{10} \times \frac{1}{0,4} = \boxed{\frac{\sqrt{21}}{2}}$$

**Enoncé 4 : attention aux approximations**

On donne la figure ci-contre qui n'est pas à l'échelle.

- 1) Calculer HA au millimètre près.
- 2) Calculer la mesure de l'angle  $\widehat{ABH}$  à 0,01 près.



1)

AHC est un triangle rectangle en H

D'après le théorème de Pythagore

$$\text{On a } AC^2 = HA^2 + HC^2$$

$$\text{D'où } 6^2 = HA^2 + 4^2$$

$$36 = HA^2 + 16$$

$$HA^2 = 20$$

$$HA = \sqrt{20}$$

$$\underline{HA \approx 4,5 \text{ au mm près}}$$

2)

ABH est un triangle rectangle en H

$$\text{Donc } \tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH}$$

$$\tan \widehat{ABH} = \frac{\sqrt{20}}{2}$$

$$\widehat{ABH} \approx \underline{65,91 \text{ degré à } 0,1 \text{ près}}$$

Il faut absolument prendre la valeur exacte de AH même si on a demandé la valeur approchée dans la question précédente. Il faut toujours éviter, si cela est possible, de faire des calculs avec des approximations

On utilise ici la calculatrice et sa touche [Atn] ou [tan-1].

Si nous n'avions pas gardé  $\sqrt{20}$  mais pris la valeur approchée 4,5 nous aurions trouvé 66,04